

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
"МУРМАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ"**

Кафедра морского
нефтегазового дела

**Прогиб бурильной колонны при
бурении на Арктическом шельфе**

*Методические указания к выполнению расчетно-
графической работы по дисциплине
«Технологические расчеты при бурении скважин в
условиях Арктики» для обучающихся по
специальности 21.05.05 Физические процессы
горного или нефтегазового производства и по
направлению 21.03.01 Нефтегазовое дело
Очной и заочной формы обучения*

Мурманск
2019

Составители – Кортаев Борис
Александрович, доцент кафедры морского
нефтегазового дела,

Методические указания рассмотрены и
одобрены кафедрой морского
нефтегазового дела 17 января 2019 г.,
протокол №5/18.

Рецензент – Васёха Михаил Викторович,
доктор технических наук, директор
Института арктических технологий МГТУ.

*Электронное издание подготовлено в
авторской редакции*

Мурманский государственный технический университет

183010, Мурманск, ул. Спортивная д. 13 тел. (8152) 25-40-72

Уч.-изд. л. 1,125. Заказ

Мурманский государственный технический университет, 2019

© Б. А. Кортаев,

Введение.....	3
Постановка и решение задачи по прогибу БК	3
Исходное Дифференциальное уравнение А.Е Сарояна:	11
Исходные данные.....	11
Система уравнений:	11
Решение системы линейных уравнений	13
Построение графика по полученному решению	13
Построение прогиба бурильной колонны.....	14
Расчет изгибающего момента	15
Расчет напряжений действующих в БК.....	16
Расчет изгибающего момента и напряжения БК в зоне дна акватории	17
Справочная таблица по пределам текучести	18

Введение

Введение

Рассматривается напряженно-деформированное состояние буровой колонны при бурении на акватории с буровой платформы. Внешним воздействием является горизонтальное смещение Δ платформы относительно забоя, вследствие чего колонна искривляется, и в ней возникает напряженное состояние. Расчетная схема задачи показана на рис. 1. Поскольку величина напряжений в материале колонны ограничена условием его прочности, то необходимо выяснить зависимость действующих в колонне усилий и напряжений от величины задаваемого смещения платформы. Точное решение этой задачи [1] связано с большими математическими проблемами и имеет настолько громоздкую форму, что ее очень затруднительно применять в практических инженерных целях. Поэтому здесь предлагается приближенное аналитическое решение, которое имеет весьма простой и удобный для применения вид и при этом обладает достаточной для инженерной практики точностью.

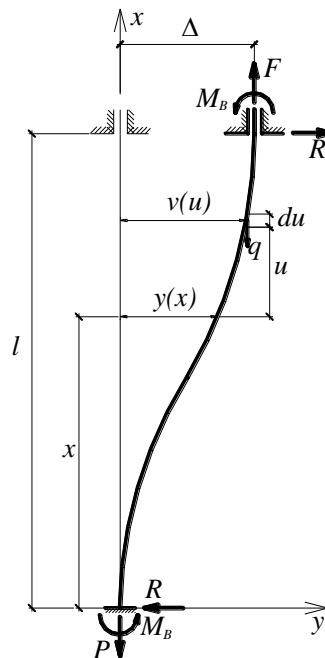


Рис. 1. Расчетная схема буровой колонны
Fig. 1. A design scheme for the drill string

Постановка и решение задачи по прогибу БК

Предполагая, что смещение платформы Δ не слишком велико по отношению к длине буровой колонны l , для изогнутой оси колонны можно записать приближенное дифференциальное уравнение:

$$EJy'' = -M(x). \quad (1)$$

Выражение для изгибающего момента вытекает из расчетной схемы на рис. 1:

$$M(x) = -R(l-x) + F(\Delta-y) + M - \int_x^l q(v-y)du. \quad (2)$$

Подставляем это выражение в дифференциальное уравнение (1):

$$EJy'' = R(l-x) - F(\Delta-y) - M + \int_x^l q(v-y)du.$$

Чтобы избавиться от интеграла, дифференцируем последнее по x :

$$EJy''' = -R + Fy' - q(l-x)y'.$$

Далее перегруппировываем слагаемые в правой части и, учитывая, что

$$F - ql = P,$$

получаем дифференциальное уравнение в виде

$$EJy''' = -R + (P + qx)y',$$

которое в классическом варианте должно быть представлено следующим образом:

$$EJy''' - (P + qx)y' + R = 0. \quad (3)$$

Полученное дифференциальное уравнение третьего порядка с непостоянным коэффициентом при первой производной искомой функции не имеет простых аналитических решений, которые удобно было бы использовать на практике для расчетов бурильных колонн на прочность. Поэтому вполне логично попытаться найти его по возможности более простое приближенное решение.

Действуя в этом направлении, прежде всего, сделаем очевидную замену искомой функции:

$$y'(x) = \varphi(x). \quad (4)$$

В результате порядок дифференциального уравнения понижается до второго:

$$EJ\varphi'' - (P + qx)\varphi + R = 0. \quad (5)$$

Главную трудность в решении уравнения (5) создает слагаемое qx в коэффициенте при функции φ , поскольку оно обуславливает переменность этого коэффициента. Если бы этой переменности не было, то уравнение (5) приняло бы вид линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, аналитические решения которых хорошо известны. С другой стороны, произведение qx представляет собой собственный вес той части бурильной колонны, которая находится ниже рассматриваемого сечения с координатой x . Величина этого веса меняется от 0 в самом нижнем сечении колонны до ql в самом верхнем. На основании этих соображений принимаем допущение: переменную по длине величину qx заменяем ее средним арифметическим значением $0,5ql$. В соответствии с этим допущением уравнение (5) принимает вид

$$EJ\varphi'' - (P + 0,5ql)\varphi + R = 0. \quad (6)$$

Далее уравнение (6) решаем традиционным способом. После освобождения старшей производной от коэффициента получаем

$$\varphi'' - \alpha^2\varphi = -\frac{R}{EJ}, \quad (7)$$

где

$$\alpha^2 = \frac{P + 0,5ql}{EJ}. \quad (8)$$

Общее решение уравнения (7) ищем в виде

$$\varphi = \varphi_0 + \tilde{\varphi}, \quad (9)$$

где φ_0 – общее решение однородного уравнения

$$\varphi'' - \alpha^2\varphi = 0, \quad (10)$$

$\tilde{\varphi}$ - частное решение уравнения (7), соответствующее его правой части $-\frac{R}{EJ}$. Общее решение уравнения (10) выглядит следующим образом:

$$\varphi_0 = C_1 e^{\alpha x} + C_2 e^{-\alpha x},$$

а частное решение ищем в виде константы

$$\tilde{\varphi} = A,$$

которое после подстановки в (7) принимает вид

$$\tilde{\varphi} = \frac{R}{P+0,5ql}.$$

В результате полное решение (9) уравнения (7) получается следующим:

$$\varphi = C_1 e^{\alpha x} + C_2 e^{-\alpha x} + \frac{R}{P+0,5ql}. \quad (11)$$

Константы C_1 и C_2 в решении (11) находятся из граничных условий

$$\varphi|_{x=0} = 0, \quad \varphi|_{x=l} = 0,$$

которые в соответствии с (4) означают, что углы поворота оси колонны в забое и у платформы равны нулю, как это и было обусловлено постановкой задачи. После реализации этих граничных условий решение (11) принимает вид

$$\varphi = \frac{R}{P+0,5ql} \left[1 - \frac{e^{\alpha x} + e^{\alpha(l-x)}}{e^{\alpha l} + 1} \right]. \quad (12)$$

Из этого решения в соответствии с соотношением (4) и с учетом граничного условия

$$y|_{x=0} = 0$$

получается результат для перемещения y :

$$y = \frac{R}{P+0,5ql} \left[x - \frac{e^{\alpha x} - e^{\alpha(l-x)} + e^{\alpha l} - 1}{\alpha(e^{\alpha l} + 1)} \right]. \quad (13)$$

Здесь не известной пока величиной является силовое воздействие R , которым создается горизонтальное смещение Δ и которое величиной этого смещения и определяется. Связь между R и Δ устанавливается граничным условием

$$y|_{x=l} = \Delta,$$

из которого следует

$$r \equiv \frac{R}{(P+0,5ql)} = \frac{v(e^v + 1)}{v(e^v + 1) - 2(e^v - 1)} \delta, \quad (14)$$

где

$$v = \alpha l, \quad \delta = \frac{\Delta}{l}$$

(15)

- безразмерные величины. Решения (12) и (13) в относительных, безразмерных величинах и с учетом (14) и (15) принимают вид

$$\varphi = \frac{e^v + 1 - e^{v\xi} - e^{v(1-\xi)}}{v(e^v + 1) - 2(e^v - 1)} v\delta. \quad (16)$$

$$\eta = \frac{v(e^v + 1)\xi - e^{v\xi} + e^{v(1-\xi)} - e^v + 1}{v(e^v + 1) - 2(e^v - 1)}. \quad (17)$$

Здесь

$$\xi = \frac{x}{l}, \quad \eta = \frac{y}{\Delta}.$$

(18)

Далее из (1) с учетом (13) – (18) получаем решение для изгибающего момента:

$$m \equiv \frac{M}{(P+0,5ql)l} = \frac{e^{v\xi} - e^{v(1-\xi)}}{v(e^v + 1) - 2(e^v - 1)} \delta, \quad (19)$$

из которого следует, что экстремальных значений изгибающий момент достигает внизу у забоя и вверху у платформы:

$$m_{\ominus} = m|_{\xi=l} = -m|_{\xi=0} = \frac{e^v - 1}{v(e^v + 1) - 2(e^v - 1)} \delta. \quad (20)$$

Анализ результатов

Рассмотрим пример расчета реальной бурильной колонны в соответствии с полученными решениями. Введем следующие апробированные на практике исходные данные: $l = 350$ м, $\Delta = 17$ м, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; бурильная колонна – стальная труба диаметрами внешним $D = 127$ мм, внутренним $d = 108$ мм; $P = 0$. Далее производим вычисления.

Площадь поперечного сечения:

$$A = \frac{\pi D^2}{4} \left(1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right) = \frac{3,14 \cdot 12,7^2}{4} \left(1 - \left(\frac{10,8}{12,7} \right)^2 \right) = 35,0 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Погонный собственный вес с учетом взвешивающего действия воды:

$$q = \rho A = (78,5 - 10,0) \cdot 35 \cdot 10^{-4} = 0,240 \text{ (кН/м)}.$$

Относительное отклонение платформы:

$$\delta = \frac{\Delta}{l} = \frac{17}{350} = 0,0486.$$

Момент инерции сечения:

$$J = \frac{\pi D^4}{64} \left(1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right) = \frac{3,14 \cdot 12,7^4}{64} \left(1 - \left(\frac{10,8}{12,7} \right)^4 \right) = 609 \text{ (см}^4\text{)}.$$

Изгибная жесткость колонны:

$$EJ = 2,0 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 609 \cdot 10^{-8} = 1218 \cdot 10^3 \text{ (Нм}^2\text{)} = 1218 \text{ (кНм}^2\text{)}.$$

Дальнейшие вычисления:

$$\alpha = \sqrt{\frac{P + 0,5ql}{EJ}} = \sqrt{\frac{0 + 0,5 \cdot 0,240 \cdot 350}{1218}} = \sqrt{\frac{42,0}{1218}} = 0,1857 \text{ (м}^{-1}\text{)};$$

$$v = 0,1857 \cdot 350 = 65,0; \quad e^v = e^{65,0} = 1,695 \cdot 10^{28}.$$

Вычисления по примеру показывают, что при практически реальных параметрах бурильной колонны выполняются следующие условия:

$$e^v \rightarrow \infty \text{ и } e^v \gg 1. \quad (21)$$

На этом основании полученные выше решения принимают следующий вид:

$$r = \frac{v\delta}{v-2}; \quad (14.1)$$

$$\varphi = r \left[1 - e^{-v\xi} - e^{-v(1-\xi)} \right]. \quad (16.1)$$

$$\eta = \frac{v\xi - 1 + e^{-v\xi} - e^{-v(1-\xi)}}{v-2}; \quad (17.1)$$

$$m_3 = \frac{\delta}{v-2}. \quad (20.1)$$

Продолжаем вычисления для рассматриваемого примера.

$$r = \frac{v\delta}{v-2} = \frac{65,0 \cdot 0,0486}{65,0-2} = 0,0501; \quad R = r(P + 0,5ql) = 0,0501 \cdot 42,0 = 2,10 \text{ (кН)}.$$

$$m_3 = \frac{\delta}{v-2} = \frac{0,0486}{65,0-2} = 0,000771;$$

$$M_3 = m_3(P + 0,5ql)l = 0,000771 \cdot 42,0 \cdot 350 = 11,33 \text{ (кНм)}.$$

Прочность бурильной колонны оценивается по величине действующих в ней напряжений, обусловленных помимо прочего и смещением буровой платформы. Для рассматриваемого примера такое напряжение, вызванное изгибающим моментом от смещения, имеет величину

$$\sigma_{\Delta} = \frac{M_3}{W} = \frac{M_3 D}{2J} = \frac{11,33 \cdot 10^3 \cdot 127 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 609 \cdot 10^{-8}} = 1,18 \cdot 10^8 \text{ (Па)} = 118 \text{ (МПа)}.$$

Эта величина достаточно велика по сравнению с расчетным сопротивлением конструкционной стали, например, С235, которое составляет 225 МПа. Следовательно, при расчете бурильной колонны напряжения, обусловленные смещением буровой платформы, обязательно нужно принимать во внимание. Именно для этой цели здесь и предложен достаточно простой способ определения этих напряжений.

Для обеспечения наглядности общих результатов настоящего исследования построим графики функций $\varphi(\xi)$ и $\eta(\xi)$ в соответствии с решениями (16.1) и (17.1) при значении параметра $\nu = 65,0$, как в примере.

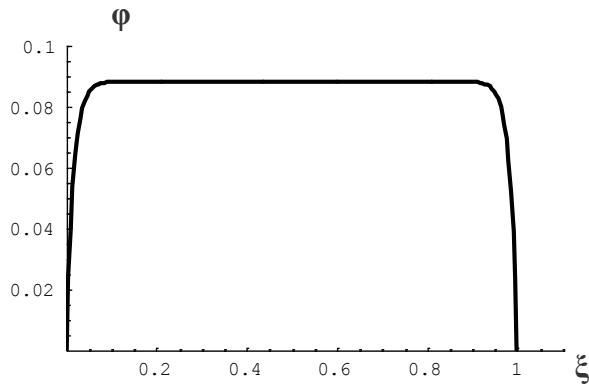


Рис. 2. График функции $\varphi(\xi)$
Fig. 2. The graph of the function $\varphi(\xi)$

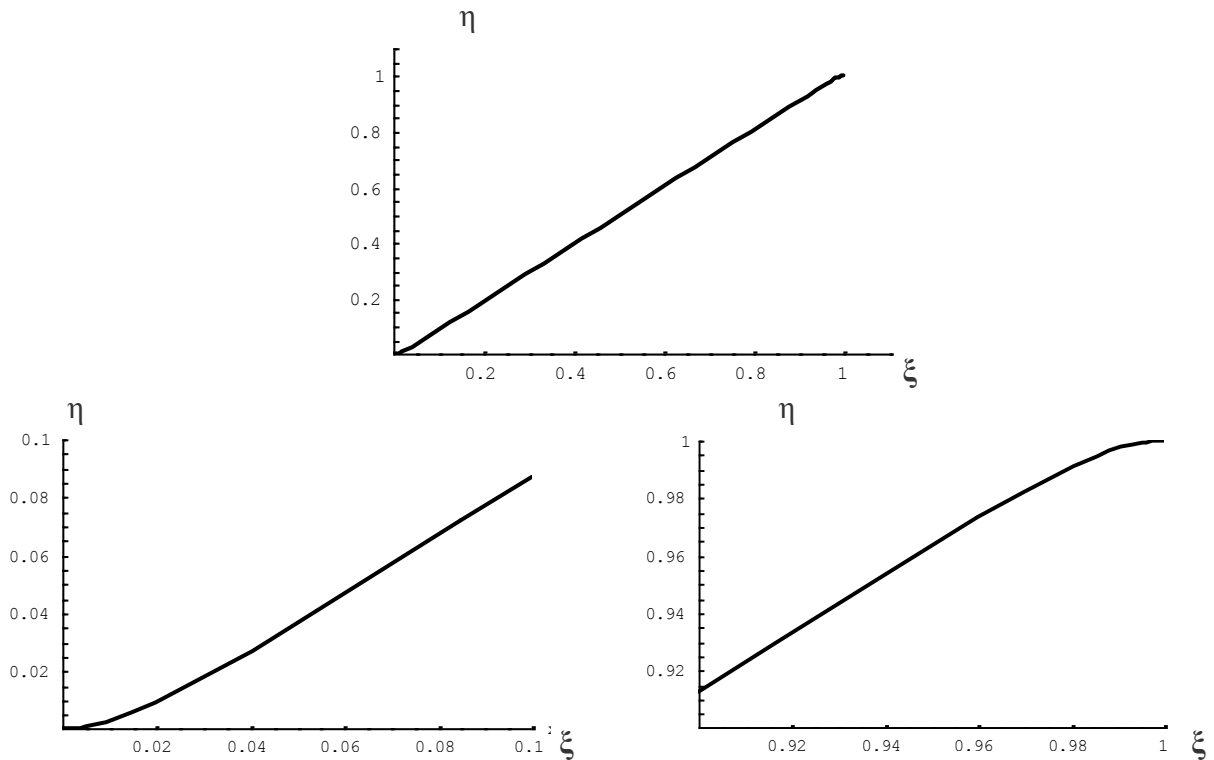


Рис. 3. График функции $\eta(\xi)$ и его фрагменты
Fig. 3. The graph of the function $\eta(\xi)$ and its fragments

Вид графиков на рис. 2 и 3 полностью соответствует постановке задачи, показанной на рис. 1. Углы поворота φ продольной оси равны нулю у дна и у буровой платформы. При этом на большей части длины ось бурильной колонны представляет

собой наклонную прямую и искривляется только на коротких участках в непосредственной близости от дна и от буровой платформы.

Построим также эпюры внутренних усилий в буровой колонне. Изгибающий момент получаем из (19) с учетом (21) и (20.1):

$$m = m_0 \left(e^{-v(1-\xi)} - e^{-v\xi} \right), \quad (19.1)$$

а безразмерное поперечное усилие получается дифференцированием изгибающего момента

$$g = \frac{dm}{d\xi} = r \left(e^{-v\xi} + e^{-v(1-\xi)} \right). \quad (22)$$

Изгибающий момент и поперечное усилие, нормированные по отношению к максимальным значениям, выглядят следующим образом:

$$\tilde{m} = \frac{m}{m_0} = e^{-v(1-\xi)} - e^{-v\xi}, \quad (19.2)$$

$$\tilde{g} = \frac{g}{r} = e^{-v\xi} + e^{-v(1-\xi)}. \quad (22.1)$$

Эпюры, соответствующие формулам (19.2) и (22.1) при $v = 65,0$, показаны на рис. 4.

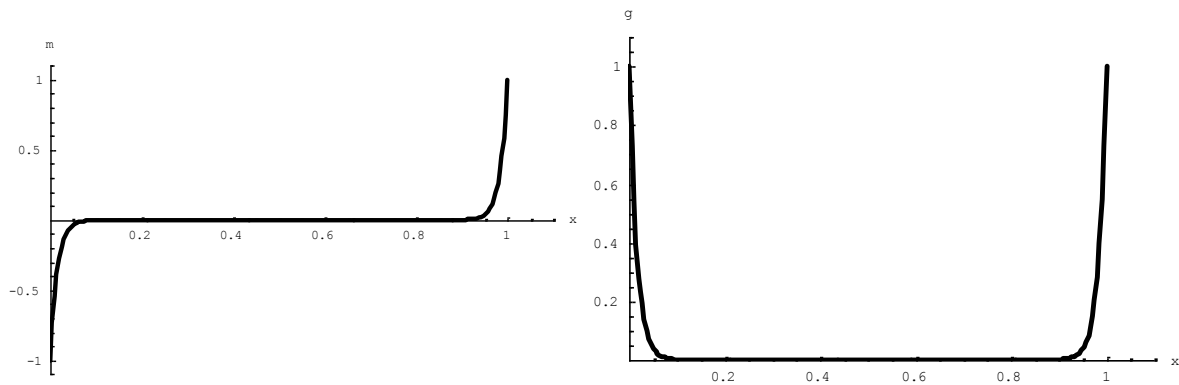


Рис. 4. Нормированные эпюры изгибающего момента $\tilde{m}(\xi)$ и поперечного усилия $\tilde{g}(\xi)$
 Fig. 4. Plots of the normalized bending moment (ξ) and transverse forces (ξ)

Величину погрешности представленного здесь приближенного решения задачи об изгибе буровой колонны можно было бы оценить путем его сравнения с точным решением, которое по постановке задачи должно быть получено из уравнения (5). Поскольку, как уже упоминалось, аналитическую форму этого точного решения получить не удастся, было осуществлено его приближенное численное решение методом конечных разностей с теми же исходными данными, которые реализованы в числовом примере приближенного решения и с которыми исходное уравнение (5) выглядит следующим образом:

$$EJ\varphi'' - (P + qx)\varphi + R = 0.$$

Уравнение (5.1) решается совместно с естественными граничными условиями

$$\varphi|_{x=0} = 0, \quad \varphi|_{x=350} = 0, \quad (23)$$

и графический вид этого решения представлен на рис. 5.

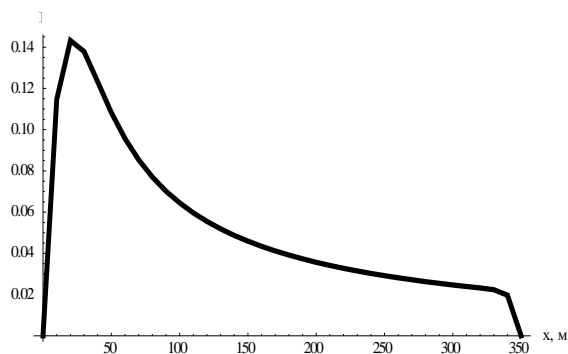


Рис. 5. Графическое представление численного решения уравнения (5.1)
 Fig. 5. Plots of the normalized bending moment (ξ) and transverse forces (ζ)

Результаты, полученные разностным способом сведем в матрицу φ .

$$\varphi = \{ \{0,0\}, \{10,0.114697\}, \{20,0.143245\}, \{30,0.137925\}, \{40,0.123244\}, \{50,0.108339\}, \{60,0.0956721\}, \{70,0.0853885\}, \{80,0.0770533\}, \{90,0.0702081\}, \{100,0.0644946\}, \{110,0.0596526\}, \{120,0.0554947\}, \{130,0.0518837\}, \{140,0.0487172\}, \{150,0.0459173\}, \{160,0.0434232\}, \{170,0.0411873\}, \{180,0.0391711\}, \{190,0.0373437\}, \{200,0.0356796\}, \{210,0.0341578\}, \{220,0.0327608\}, \{230,0.0314738\}, \{240,0.0302843\}, \{250,0.0291815\}, \{260,0.0281563\}, \{270,0.0272007\}, \{280,0.026308\}, \{290,0.025472\}, \{300,0.0246873\}, \{310,0.0239474\}, \{320,0.0232306\}, \{330,0.0223694\}, \{340,0.0197844\}, \{350,0\} \};$$

Методом прямоугольников подсчитаем площадь под графиком полученного разностным способом.

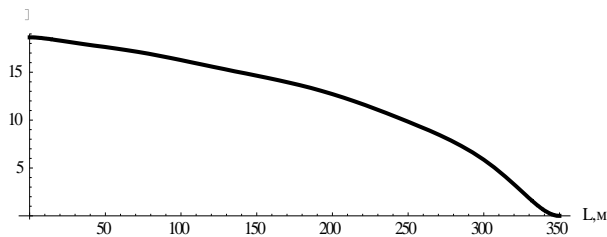
$$S = \sum_{i=2}^n (\varphi[[i, 1]] - \varphi[[i - 1, 1]]) ((\varphi[[i, 2]] + \varphi[[i - 1, 2]]) / 2) = 18.58$$

Площадь под графиком подсчитанная методом Симпсона составила 18.46

$$S = \frac{h}{3}((\varphi_0 + \varphi_n) + 4(\varphi_1 + \varphi_3 + \dots + \varphi_{n-1}) + 2(\varphi_2 + \varphi_4 + \dots + \varphi_{n-2}))$$

Приведем график прогиба буровой колонны при глубине акватории 350 м.

$$y = \int_0^x \varphi(x) dx$$



При данных условиях разностным методом получены следующие данные: $\Delta=18.6$ м, изгибающий момент

$M \approx 10$ кНм, напряжение в буровой колонне 103 МПа. Сведем результаты аналитического решения и решения разностным способом в таблицу.

Математический метод	Δ , м	M, кН м	σ , МПа
Аналитический метод	17	11.33	118
Разностный метод	18.6	10	103

Исходное Дифференциальное уравнение А.Е Сарояна:

$$EJ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - (P + qx)\varphi + N = 0$$

Для решения данного уравнения представим его разностным приближением

$$N - (P + q x(i))y_i + \left(\frac{y_{i+1} + y_{i-1} - 2y_i}{h^2}\right) EJ = 0$$

Примем шаг $h = 10$ м.

Исходные данные

Введем исходные данные для расчета:

$Dв = 0.127$ внешний диаметр бурильной колонны, м

$d = 0.108$ внутренний диаметр бурильной колонны, м

$EГ = 2 \times 10^{11}$ модуль Юнга, Па

$$J = \frac{3.14(Dв^4 - d^4)}{64}$$

Зададим x :

$x = \text{Range}[0,350,10]$

{0,10,20,30,40,50,60,70,80,90,100,110,120,130,140,150,160,170,180,190,200,210,
220,230,240,250,260,270,280,290,300,310,320,330,340,350}

Изменяя I от 1 до 34 получим следующую систему уравнений:

Система уравнений:

$$\begin{aligned} N - Py_1 + 12176.895(y_0 - 2y_1 + y_2) &= 0 \\ N - y_2(P + 10q) + 12176.895(y_1 - 2y_2 + y_3) &= 0 \\ N - y_3(P + 20q) + 12176.895(y_2 - 2y_3 + y_4) &= 0 \\ N - y_4(P + 30q) + 12176.895(y_3 - 2y_4 + y_5) &= 0 \\ N - y_5(P + 40q) + 12176.895(y_4 - 2y_5 + y_6) &= 0 \\ N - y_6(P + 50q) + 12176.895(y_5 - 2y_6 + y_7) &= 0 \\ N - y_7(P + 60q) + 12176.895(y_6 - 2y_7 + y_8) &= 0 \\ N - y_8(P + 70q) + 12176.895(y_7 - 2y_8 + y_9) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N - y_9(P + 80q) + 12176.895(y_8 - 2y_9 + y_{10}) &= 0 \\
N - y_{10}(P + 90q) + 12176.895(y_9 - 2y_{10} + y_{11}) &= 0 \\
N - y_{11}(P + 100q) + 12176.8945(y_{10} - 2y_{11} + y_{12}) &= 0 \\
N - y_{12}(P + 110q) + 12176.895(y_{11} - 2y_{12} + y_{13}) &= 0 \\
N - y_{13}(P + 120q) + 12176.895(y_{12} - 2y_{13} + y_{14}) &= 0 \\
N - y_{14}(P + 130q) + 12176.895(y_{13} - 2y_{14} + y_{15}) &= 0 \\
N - y_{15}(P + 140q) + 12176.895(y_{14} - 2y_{15} + y_{16}) &= 0 \\
N - y_{16}(P + 150q) + 12176.895(y_{15} - 2y_{16} + y_{17}) &= 0 \\
N - y_{17}(P + 160q) + 12176.895(y_{16} - 2y_{17} + y_{18}) &= 0 \\
N - y_{18}(P + 170q) + 12176.895(y_{17} - 2y_{18} + y_{19}) &= 0 \\
N - y_{19}(P + 180q) + 12176.895(y_{18} - 2y_{19} + y_{20}) &= 0 \\
N - y_{20}(P + 190q) + 12176.895(y_{19} - 2y_{20} + y_{21}) &= 0 \\
N - y_{21}(P + 200q) + 12176.895(y_{20} - 2y_{21} + y_{22}) &= 0 \\
N - y_{22}(P + 210q) + 12176.895(y_{21} - 2y_{22} + y_{23}) &= 0 \\
N - y_{23}(P + 220q) + 12176.895(y_{22} - 2y_{23} + y_{24}) &= 0 \\
N - y_{24}(P + 230q) + 12176.895(y_{23} - 2y_{24} + y_{25}) &= 0 \\
N - y_{25}(P + 240q) + 12176.895(y_{24} - 2y_{25} + y_{26}) &= 0 \\
N - y_{26}(P + 250q) + 12176.895(y_{25} - 2y_{26} + y_{27}) &= 0 \\
N - y_{27}(P + 260q) + 12176.895(y_{26} - 2y_{27} + y_{28}) &= 0 \\
N - y_{28}(P + 270q) + 12176.895(y_{27} - 2y_{28} + y_{29}) &= 0 \\
N - y_{29}(P + 280q) + 12176.895(y_{28} - 2y_{29} + y_{30}) &= 0 \\
N - y_{30}(P + 290q) + 12176.895(y_{29} - 2y_{30} + y_{31}) &= 0 \\
N - y_{31}(P + 300q) + 12176.895(y_{30} - 2y_{31} + y_{32}) &= 0 \\
N - y_{32}(P + 310q) + 12176.895(y_{31} - 2y_{32} + y_{33}) &= 0 \\
N - y_{33}(P + 320q) + 12176.895(y_{32} - 2y_{33} + y_{34}) &= 0 \\
N - y_{34}(P + 330q) + 12176.895(y_{33} - 2y_{34} + y_{35}) &= 0
\end{aligned}$$

Вводим исходные данные и граничные условия:

$$N = 2100; q = 240; P = 9825; y_0 = 0; y_{35} = 0;$$

Оператор Solve записываем в следующем формате:

Решение системы линейных уравнений

s=Solve

[[A],

{y₁, y₂, y₃, y₄, y₅, y₆, y₇, y₈, y₉, y₁₀, y₁₁, y₁₂, y₁₃, y₁₄, y₁₅, y₁₆, y₁₇, y₁₈, y₁₉, y₂₀, y₂₁, y₂₂, y₂₃, y₂₄,
y₂₅, y₂₆, y₂₇, y₂₈, y₂₉, y₃₀, y₃₁, y₃₂, y₃₃, y₃₄}]

Где A – система уравнений.

Если все введено корректно с точки зрения синтаксиса среды Mathematica, то она выдает решение в виде:

{{y₁ → 0.11120, y₂ → 0.1396680, y₃ → 0.135897, y₄ → 0.1228867, y₅ → 0.109231, y₆ → 0.09736, y₇ → 0.08756, y₈ → 0.07949, y₉ → 0.0727, y₁₀ → 0.06714, y₁₁ → 0.06231, y₁₂ → 0.05814, y₁₃ → 0.05450, y₁₄ → 0.0512949, y₁₅ → 0.048443, y₁₆ → 0.045894, y₁₇ → 0.04360, y₁₈ → 0.04152, y₁₉ → 0.03964166536522517, y₂₀ → 0.037920, y₂₁ → 0.036343, y₂₂ → 0.03489, y₂₃ → 0.033552, y₂₄ → 0.0323118, y₂₅ → 0.03116, y₂₆ → 0.030, y₂₇ → 0.0290, y₂₈ → 0.02815, y₂₉ → 0.027272, y₃₀ → 0.026447, y₃₁ → 0.02566, y₃₂ → 0.024902, y₃₃ → 0.023970, y₃₄ → 0.02109}}

Построение графика по полученному решению

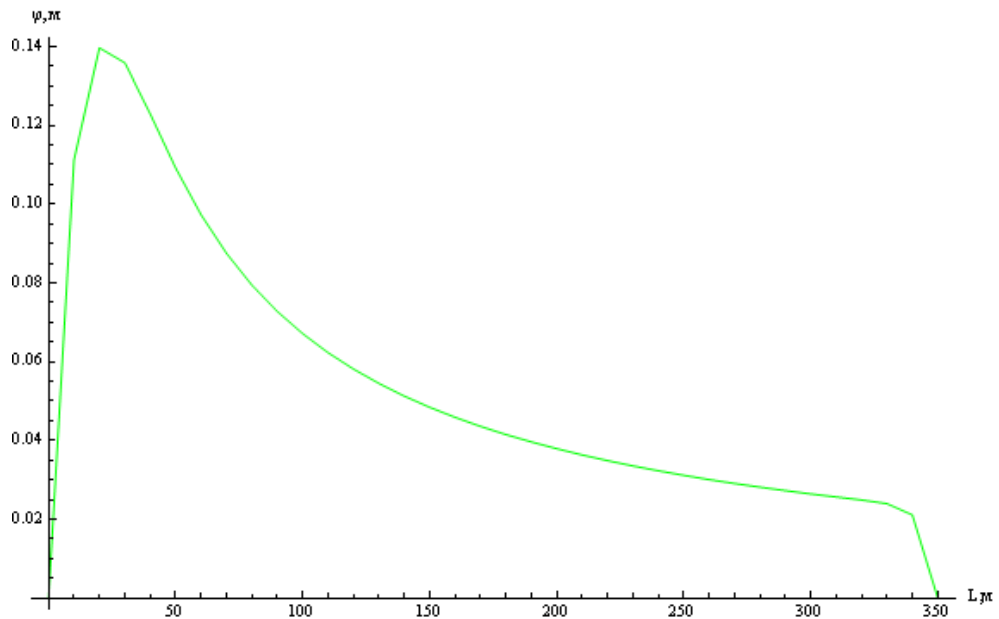
Для построения графика создадим матрицу data:

data

= {{0,0}, {10, y₁}, {20, y₂}, {30, y₃}, {40, y₄}, {50, y₅}, {60, y₆}, {70, y₇}, {80, y₈}, {90, y₉}, {100, y₁₀},
{110, y₁₁}, {120, y₁₂}, {130, y₁₃}, {140, y₁₄}, {150, y₁₅}, {160, y₁₆}, {170, y₁₇}, {180, y₁₈}, {190, y₁₉},
{200, y₂₀}, {210, y₂₁}, {220, y₂₂}, {230, y₂₃}, {240, y₂₄}, {250, y₂₅}, {260, y₂₆}, {270, y₂₇}, {280, y₂₈},
{290, y₂₉}, {300, y₃₀}, {310, y₃₁}, {320, y₃₂}, {330, y₃₃}, {340, y₃₄}, {350, y₃₅}}/. s;

Строим график полученного решения:

y1 = ListLinePlot[data, AxesLabel → {"L, м", "φ, м"}, PlotStyle → Green]



Снимем с графика значения точек графика и составим матрицу данных

$$\varphi = \{ \{0, 0.0008137\}, \{0.6813, 0.005653\}, \{0.6813, 0.01181\}, \{1.363, 0.01973\}, \{2.044, 0.02809\}, \{2.725, 0.03513\}, \{3.406, 0.04656\}, \{4.769, 0.0558\}, \{6.132, 0.06856\}, \{7.494, 0.08307\}, \{9.538, 0.1002\}, \{9.538, 0.1103\}, \{12.94, 0.1191\}, \{16.35, 0.1284\}, \{19.76, 0.1385\}, \{32.02, 0.1319\}, \{38.15, 0.124\}, \{44.97, 0.1156\}, \{52.46, 0.1055\}, \{64.04, 0.09363\}, \{76.99, 0.08132\}, \{94.7, 0.06988\}, \{112.4, 0.06108\}, \{134.9, 0.05272\}, \{162.8, 0.04524\}, \{193.5, 0.03909\}, \{222.8, 0.03425\}, \{251.4, 0.03073\}, \{275.2, 0.02853\}, \{298.4, 0.02765\}, \{320.9, 0.02501\}, \{336.6, 0.02237\}, \{342, 0.01753\}, \{344.7, 0.01093\}, \{350.2, -0.00006607\} \};$$

Найдем с помощью оператора Fit математическое выражение, описывающее построенный график.

$$par = \text{Fit}[\varphi, \{1, x, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6, x^7, x^8, x^9\}, x] /. s$$

$$par = \{ 5.33946 \times 10^{-21} x^9 - 9.601 \times 10^{-18} x^8 + 7.3015 \times 10^{-15} x^7 - 3.060 \times 10^{-12} x^6 + 7.7290 \times 10^{-10} x^5 - 1.2052 \times 10^{-7} x^4 + 0.000011 x^3 - 0.000615 x^2 + 0.01549 x - 0.001053 \}$$

Построение прогиба бурильной колонны

Вычислим интеграл и построим график прогиба бурильной колонны (БК):

$$y = \int_0^{350-x} \text{par } dx$$

`y = Plot[y, {x, 0, 350}, AspectRatio -> 1/3, AxesLabel -> {"L, м", "Δ, м"}, PlotStyle -> Directive[Black, Thick]]`

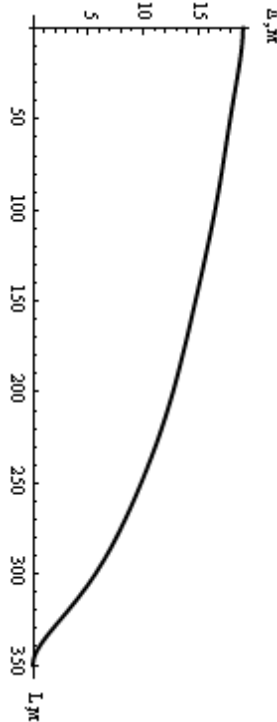


Рис.1. График прогиба БК

Возьмем первую производную от полученной функции y :

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \partial_x y$$

Вычислим вторую производную:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \partial_x \frac{\partial y}{\partial x}$$

Введем исходные данные в численном виде:

$$E_0 = 2.110^{11}; J_0 = 6.088410^{-6}; d = 0.127;$$

Расчет изгибающего момента

Вычислим изгибающий момент БК и построим график:

$$M = E_0 J_0 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

`yM = Plot[M, {x, 0, 350}, AxesLabel -> {"r, м", "M, Н м"}]`

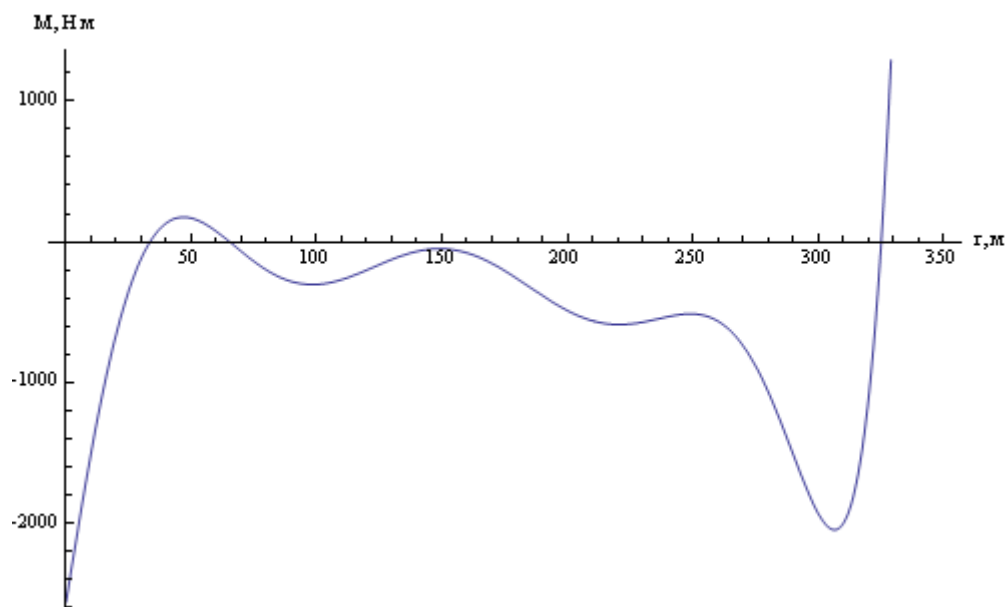
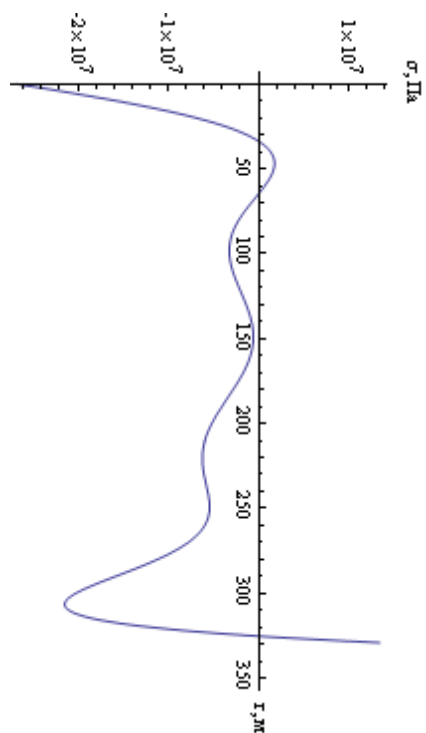


Рис.2. График изгибающего момента БК

Расчет напряжений действующих в БК

Построим график напряжений действующих в БК:

$$\sigma = \frac{Md}{2J_0}$$



Расчет изгибающего момента и напряжения БК в зоне дна акватории

Вычислим значение изгибающего момента и действующего напряжения в теле БУ при $x=350$ м.

$$M = E_0 J_0 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

$M=19.8$ кДж

$$\sigma = \frac{Md}{2J_0}$$

$\sigma = 2.07 \times 10^8$ Па

Вывод: Изгибающий момент у устья выше, чем на дне акватории.

Варианты заданий:

Вариант	Глубина акватории, м	Значение, N	Значение, P
1	200	2100	9825
2	210	2000	8000
3	220	2200	9000
4	230	2100	7000
5	240	2050	7200
6	250	2100	9000
7	260	2000	8750
8	270	2300	8500
9	280	2200	9000
10	290	2100	9825
11	300	2200	7400
12	310	2050	7500

Справочная таблица по пределам текучести

Предельные (соответствующие пределу текучести) растягивающие нагрузки и крутящие моменты для стальных буровых труб (ГОСТ Р 50278-92)

Наружный диаметр трубы, мм	Толщина стенки, мм	Растягивающая нагрузка Q_p , кН (тс) при $M_k = 0$					Крутящий момент M_k , Н·м (кгс·м) при $Q_p = 0$				
		Д	Е	Л	М	Р	Д	Е	Л	М	Р
60,3	7,1	450 (45,9)	613 (62,6)	777 (79,3)	859 (87,6)		6198 (632)	8455 (862)	10712 (1093)	11840 (1208)	
73,0	9,2	700 (71,3)	953 (97,2)	1208 (123,2)	1335 (136,2)	1715 (174,9)	11476 (1170)	15655 (1597)	19834 (2023)	21923 (2236)	28160 (2872)
88,9	9,4	890 (90,8)	1214 (123,8)	1538 (156,9)	1700 (173,4)	2183 (222,7)	18505 (1888)	25243 (2575)	31980 (3262)	35350 (3606)	45408 (4632)
	11,4	1052 (107,3)	1435 (146,4)	1818 (185,4)	2010 (205,0)	2580 (263,3)	20950 (2137)	28575 (2915)	36203 (3693)	40017 (4082)	51400 (5243)
101,6	8,4	932 (95,1)	1272 (129,7)	1610 (164,3)	1780 (181,6)	2287 (233,3)	23180 (2364)	31620 (3225)	40060 (4086)	44277 (4516)	56876 (5800)
114,3	8,6	1082 (110,4)	1476 (150,6)	1870 (190,8)	2070 (210,9)	2656 (270,9)	30724 (3134)	41910 (4275)	53100 (5416)	58690 (5987)	75390 (7690)
	10,9	1342 (136,9)	1830 (186,7)	2320 (236,6)	2564 (261,5)	3293 (335,9)	36616 (3735)	49950 (5095)	63280 (6455)	69950 (7135)	89850 (9165)
127,0	9,2	1290 (131,6)	1760 (179,5)	2230 (227,5)	2485 (251,4)	3166 (323,0)	40926 (4174)	55830 (5694)	70730 (7214)	78180 (7974)	100420 (10243)
	12,7	1728 (176,3)	2358 (240,5)	2987 (304,7)	3300 (336,8)	4240 (432,6)	51930 (5300)	70935 (7225)	89744 (9154)	99200 (10120)	127420 (13000)
139,7	9,2	1430 (145,8)	1950 (198,9)	2470 (252,0)	2730 (278,5)	3508 (357,8)	50525 (5154)	68920 (7030)	87320 (8907)	96520 (9845)	123980 (12646)
	10,5	1615 (164,8)	2203 (224,7)	2792 (284,7)	3086 (314,7)	3964 (404,3)	56050 (5717)	76460 (7800)	96870 (9880)	107070 (10920)	137540 (14030)

Библиографический список

1. Сароян А. Е. Проектирование буровых колонн. М.: Недра, 1971. 182 с.
2. Котов А.А., Коротаев Б.А. Расчет буровых колонн для бурения на акватории. / Известия ВУЗ. Арктический регион. 2017, № 1. С. 112 - 119. – Мурманск, МГТУ, 2017.
3. Коротаев Б.А., Дарбинян Артавазд Завернович. Частный случай решения уравнения А.Е. Сарояна по прогибу буровых колонн при бурении на акватории. Секция бурение. Neftegaz.ru. с 39-40.